"Noves fora"

Todo o mundo aprendeu na escola a calcular os "Noves fora" somando os algarismos de um número e, ao mesmo tempo, subtraindo 9 sempre que a soma exceda este valor.

Assim, por exemplo, para obter os "noves fora" de 658 "a lengalenga" é:

"6 mais 5 é 11, noves fora 2, mais 8 é 10, noves fora 1".

O que possivelmente não foi explicado é que se estava a calcular o resto da divisão inteira de 658 por 9. Dito de outro modo, não se divulgou que a divisão inteira de 658 por 9 tem resto 1 e que este pode obter-se executando a soma sequencial dos algarismos de 658 retirando 9 sempre que se ultrapassa este valor.

Tal deve-se a que 658 é 600 + 50 + 8 a que podemos dar a forma:

$$6(10^2 - 1) + 5\,(10^1 - 1) + 6 + 5 + 8 = 6(99) + 5(9) + 6 + 5 + 8.$$

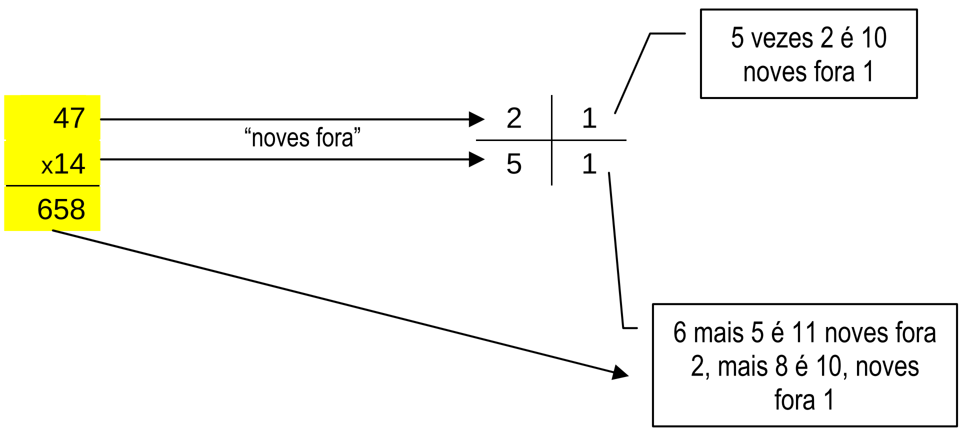
Como 6(99) + 5(9) é múltiplo de 9, o resto da divisão de 658 por 9 será o que resta da divisão de 6+5+8 por 9 que pode obter-se retirando o maior múltiplo de 9 nele contido (6+5+8 = 19 ; maior múltiplo = 18 ; resto = 1).

Usamos pois "os noves fora" porque operamos na base 10 onde para $k \geq 1$, a divisão inteira de $(10^k - 1)$ por 9 tem resto nulo.

"Prova dos noves"

O cálculo dos "noves fora" aplica-se na "Prova do Noves" para validar o resultado de uma operação aritmética.

Assim por exemplo no caso da multiplicação temos:



Se os "noves fora" de 2 vezes 5 e de 658 não são iguais a "conta" está errada. Quando são iguais o resultado merece aprovação, <u>com reservas</u> (a <u>"prova dos noves" é condição necessária mas não suficiente</u> para aceitar o resultado; qualquer número com os algarismos de 658, como é 568 por exemplo, tem o mesmo "noves fora"...).

Esta prova resulta porque se tiver dois números x_1 e x_2 e a sua divisão inteira por 9 tiver quocientes q_1 e q_2 e restos r_1 e r_2 respectivamente, então:

$$x_1 = 9q_1 + r_1$$

$$x_2 = 9q_2 + r_2$$

O produto x_1x_2 é:

$$x_1x_2 = (9q_1 + r_1)(9q_2 + r_2) = 81q_1q_2 + 9q_1r_2 + 9q_2r_1 + r_1r_2$$

O resultado obtido é um múltiplo de 9, que podemos representar por 9X, somado com o produto r_1r_2:

$$x_1x_2 = 9X + r_1r_2$$

Desta igualdade conclui-se que o resto da divisão inteira por 9, de x_1x_2 e de r_1r_2 é o mesmo.

A "prova dos noves" da multiplicação limita-se pois a substituir a multiplicação x_1x_2 pela multiplicação dos restos r_1r_2 e verificar se, quando divididos por 9, têm o mesmo resto. Quando isso não ocorre ou está errado o produto x_1x_2 ou o produto r_1r_2 ou ambos.